

**ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ**  
**ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2008**

**ΘΕΜΑ 1 (2 μον.).** Δίνεται η διαφορική εξίσωση

$$(2x + 3y - 4)dx + (3x - 3xy^2 - x^2y + 4xy)dy = 0$$

- (α). Δείξτε ότι αυτή η εξίσωση έχει ένα ολοκληρωτικό παράγοντα της μορφής  $\mu = \mu(y)$ .  
(β). Βρείτε τη γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης.

**ΘΕΜΑ 2 (2 μον.).** Να μελετηθεί αν υπάρχει διαφορική εξίσωση

$$y'' + a(x)y' + b(x)y = 0,$$

όπου οι συναρτήσεις  $a(x)$ ,  $b(x)$  είναι συνεχείς στο διάστημα  $[-1, 1]$ , που να δέχεται σαν ανεξάρτητες λύσεις τις

$$\phi_1(x) = \frac{xe^{x^3}}{\cos(x)}$$

$$\phi_2(x) = \sin(\sin(\sin(x)))$$

**ΘΕΜΑ 3 (2 μον.).** Βρείτε τη γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = \frac{3}{x^2}$$

στο διάστημα  $(0, +\infty)$ .

**ΘΕΜΑ 4 (2 μον.).** Να λυθεί το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων

$$x_1'(t) = 2x_2(t) + e^t$$

$$x_2'(t) = -x_1(t) + e^{2t}$$

**ΘΕΜΑ 5 (2 μον.).** Βρείτε τη λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 4y = 2\cos^2(2x)$$

η οποία ικανοποιεί τις αρχικές συνθήκες  $y(0) = \frac{14}{15}$  και  $y'(0) = \frac{44}{15}$ .