

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2008

ΘΕΜΑ 1 (2 μον.). Να βρεθεί η λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$x \frac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 - y^2}$$

η οποία διέρχεται από το σημείο $(e^{\frac{\pi}{2}}, e^{\frac{\pi}{2}})$.

ΘΕΜΑ 2 (2 μον.). Δίνεται η διαφορική εξίσωση

$$(9 - 6y + e^{-3x}) dx - 2dy = 0$$

- (α). Δείξτε ότι αυτή η εξίσωση έχει ένα ολοκληρωτικό παράγοντα της μορφής $\mu = \mu(x)$.
(β). Βρείτε τη λύση της διαφορικής εξίσωσης η οποία διέρχεται από το σημείο $(x, y) = (0, 1)$.

ΘΕΜΑ 3 (2 μον.). . Βρείτε τη λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' - 6y' + 9y = -12e^{3x}$$

η οποία διέρχεται από τα σημεία $(x, y) = (0, 1)$ και $(x, y) = (1, 0)$.

ΘΕΜΑ 4 (2 μον.). Να λυθεί με τη μέθοδο των πινάκων το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 6x \\ \frac{dy}{dt} &= x + z \\ \frac{dz}{dt} &= x + y \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 5 (2 μον.). Θεωρούμε τη διαφορική εξίσωση με μερικές παραγώγους

$$(E) : z \frac{\partial z}{\partial x} + 2y \frac{\partial z}{\partial y} = x, \text{ με } x + z > 0, y > 0.$$

Βρείτε τη λύση της (E) η οποία περιέχει την ευθεία $z = 0$ και $y = 1$.