ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ

Πρ. 20a

Αν $f(x)$ φραγμένη στο $[a,\, b]$ $m \leq f(x) \leq M$

$\boxed{\textbf{και}}$ $g(x)$ ολοκληρώσιμη με σταθερό πρόσημο

$\boxed{\textbf{και}}$ $f(x)g(x)$ ολοκληρώσιμη

$$\Downarrow$$

$$\exists\, \mu \in [m,\, M] \;\rightsquigarrow\; \int_a^b f(x)g(x)\,dx = \mu \int_a^b g(x)\,dx$$

Πρ. 20b: Πρώτο Θεωρημα Μέσης Τιμής

Αν $f(x)$ συνεχής στο $[a,\, b]$
$\boxed{\textbf{και}}$ $g(x)$ ολοκληρώσιμη
με σταθερό πρόσημο

$\rightsquigarrow$ $f(x)g(x)$ ολοκληρώσιμη

$$\Downarrow$$

$$\exists\, \xi \in [a,\, b] \;\rightsquigarrow\; \int_a^b f(x)g(x)\,dx = f(\xi) \int_a^b g(x)\,dx$$

Πόρισμα

Αν $f(x)$ συνεχής στο $[a,\, b]$

$$\exists\, \xi \in [a,\, b] \;\rightsquigarrow\; \int_a^b f(x)\,dx = f(\xi)\,(b-a)$$

Πρ. 20c

Αν $f(x)$ μονότονη $\boxed{\textbf{και}}$ $g(x)$ ολοκληρώσιμη με σταθερό πρόσημο

$$\Downarrow$$

$$\exists\, \xi \in [a,\, b] \;\rightsquigarrow\; \int_a^b f(x)g(x)\,dx = f(a)\int_a^\xi g(x)\,dx + f(b)\int_\xi^b g(x)\,dx$$

Πρ. 20c′: Δεύτερο Θεωρημα Μέσης Τιμής

Αν $f(x)$ μονότονη συνεχής $\boxed{\textbf{και}}$ παραγωγήσιμη $\boxed{\textbf{και}}$ $g(x)$ συνεχής

$$\Downarrow$$

$$\exists\, \xi \in [a,\, b] \;\rightsquigarrow\; \int_a^b f(x)g(x)\,dx = f(a)\int_a^\xi g(x)\,dx + f(b)\int_\xi^b g(x)\,dx$$