Πρ. 17a

Αν $f(x)$ ολοκληρώσιμη στο $[a,\ b]$

$\boxed{\textbf{και}}$ $F(x)$ συνεχής $\boxed{\textbf{και}}$ $F'(x) = f(x)$ στο $(a,\ b)$

$$\Downarrow$$

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx \;=\; F(b) \;-\; F(a)$$

Πρ. 17b Θεώρημα Cauchy

Αν $f(x)$ ολοκληρώσιμη στο $[a,\ b]$

$$\boxed{\textbf{και}}\ F(x) \;=\; \int\limits_a^x f(t)\,dt \qquad \forall\, x \,\in\, [a,\ b]$$

$$\Downarrow$$

$F(x)$ συνεχής στο $[a,\ b]$

Πρ. 17c

Αν $f(x)$ ολοκληρώσιμη στο $[a,\, b]$

$\boxed{\textbf{και}}$ $f(x)$ συνεχής από αριστερά $\boxed{\text{ή}}$ από δεξιά

στο $x_0 \in [a, b]$

$$\boxed{\textbf{και}}\ F(x) \,=\, \int_a^x f(t)\,dt \qquad \forall\, x \,\in\, [a,\, b]$$

$$\Downarrow$$

$$F'_-(x_0) = \lim_{\epsilon \longrightarrow 0} f(x_0 + \epsilon) \quad \epsilon > 0$$

$\boxed{\text{ή}}$ $F'_+(x_0) = \lim_{\epsilon \longrightarrow 0} f(x_0 - \epsilon)$ στο $[a,\, b]$

Πρ. 17d

Θεμελιώδες Θεώρημα Απειροστικού Λογισμού

Αν $f(x)$ συνεχής στο $[a,\, b]$ τότε

$$G(x) - G(a) \,=\, \int_a^x f(t)\,dt$$

$$\Updownarrow$$

$$G'(x) = f(x) \qquad \forall\, x \,\in\, [a,\, b]$$

Πρ. 18

Αν $f'(x)$ και $g'(x)$ ολοκληρώσιμες στο $[a,\, b]$

$$\Downarrow$$

$$\int\limits_a^b f(x)\, g'(x)\, dx + \int\limits_a^b f'(x)\, g(x)\, dx = f(x)\, g(x)\Big]_a^b$$

Πρ. 19

Αν $f(x)$ συνεχής και $g(x)$ διαφορίσιμη στο $[a,\, b]$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d}{dx}\left(\int\limits_a^{g(x)} f(t)\, dt\right) = f\left(g(x)\right)\, g'(x)$$

Πόρισμα

$$\frac{d}{dx}\left(\int\limits_{h(x)}^{g(x)} f(t)\, dt\right) = f\left(g(x)\right)\, g'(x) - f\left(h(x)\right)\, h'(x)$$