ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ Α΄ ΕΙΔΟΥΣ

(1) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{\arctan x}{x^2}dx = \frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$

(2) $\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\alpha x}\cos \beta x\,dx = \frac{\alpha}{\alpha^2+\beta^2}, \qquad \alpha > 0$

(3) $\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\alpha x}\sin \beta x\,dx = \frac{\beta}{\alpha^2+\beta^2}, \qquad \alpha > 0$

(4) $\displaystyle\int_{\sinh\alpha}^\infty \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} = \alpha, \qquad \alpha > 0$

(5) $\displaystyle\int_1^\infty \frac{xdx}{-1+2\,x^2+3\,x^4} = \frac{\ln 3}{8}$

(6) Για ποιά τιμή του λ συγκλίνει το ολοκλήρωμα $\int\limits_0^\infty \left(\frac{2x}{x^2+1} - \frac{\lambda}{2x+1}\right)dx$

(7) $\int\limits_0^\infty x^n \mathrm{e}^{-x}dx = n!$

ΥΠΑΡΞΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ Cauchy

(1) $\exists \int\limits_0^\infty \frac{\sin x}{x}\,dx$

(2) $\nexists \int\limits_0^\infty \frac{|\sin x|}{x}\,dx$

(3) $\exists \int\limits_a^\infty \frac{\cos x}{x}\,dx, \quad a > 0$

(4) $\nexists \int\limits_a^\infty \frac{|\cos x|}{x}\,dx, \quad a > 0$

(5) $\exists \int\limits_0^\infty \sin x^2\,dx$

(6) $\exists \int\limits_0^\infty \frac{\sin x}{(1+x^2)^\alpha}\,dx, \quad a > 0$

ΥΠΑΡΞΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ

(1) $\exists \int\limits_0^\infty \frac{|\sin x|}{(1+x^2)^\alpha}\,dx, \quad a > \frac{1}{2}$

(2) Για ποιά τιμή του s συγκλίνει το ολοκλήρωμα $\int\limits_1^\infty \frac{x^s}{1+x^s}dx$

(3) $\exists \int\limits_1^\infty \frac{(1-\mathrm{e}^{-x})}{x^3}dx$

(4) $\exists \int\limits_{1}^{\infty} \frac{1}{e^x - 2^x} dx$

(5) $\nexists \int\limits_{0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4x+1}} dx$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ Cauchy

(1) Συγκλίνει η σειρά $\sum\limits_{1}^{\infty} \frac{\sin(\frac{1}{n})}{n}$

(2) Δεν συγκλίνει η σειρά $\sum\limits_{2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)}$

(3) Συγκλίνει η σειρά $\sum\limits_{1}^{\infty} \frac{1}{n^q}$ για $q > 1$

(4) Συγκλίνει η σειρά $\sum\limits_{2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^q}$ για $q > 1$

(5) Δεν συγκλίνει η σειρά $\sum\limits_{1}^{\infty} a_n$, $a_n = \int\limits_{0}^{1/n} t^{1/3}(1+t)dt$

(6) Συγκλίνει η σειρά $\sum\limits_{1}^{\infty} a_n$, $a_n = \int\limits_{0}^{1/n} \frac{t^{2/3}}{(1+t^3)dt}$