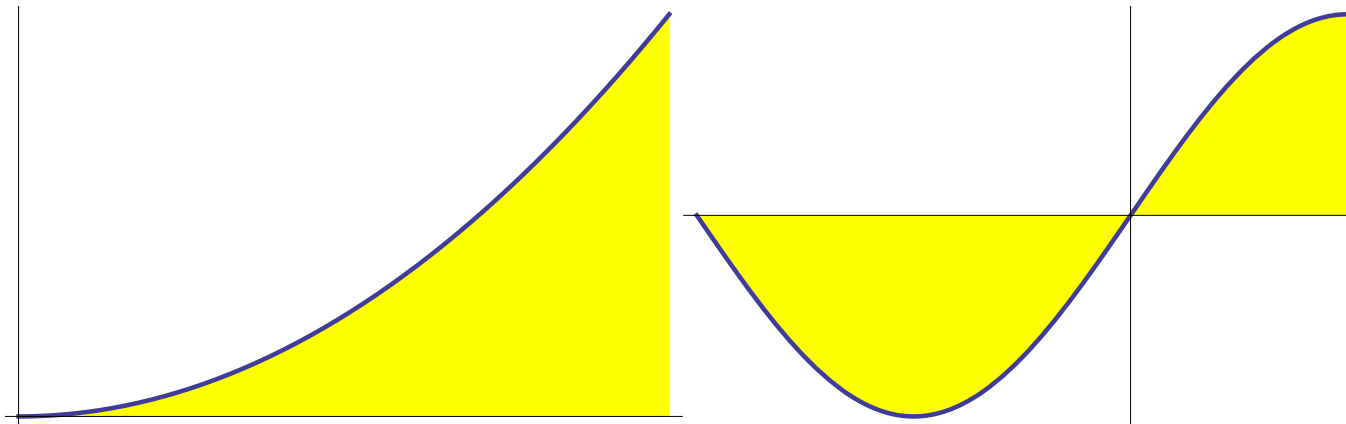


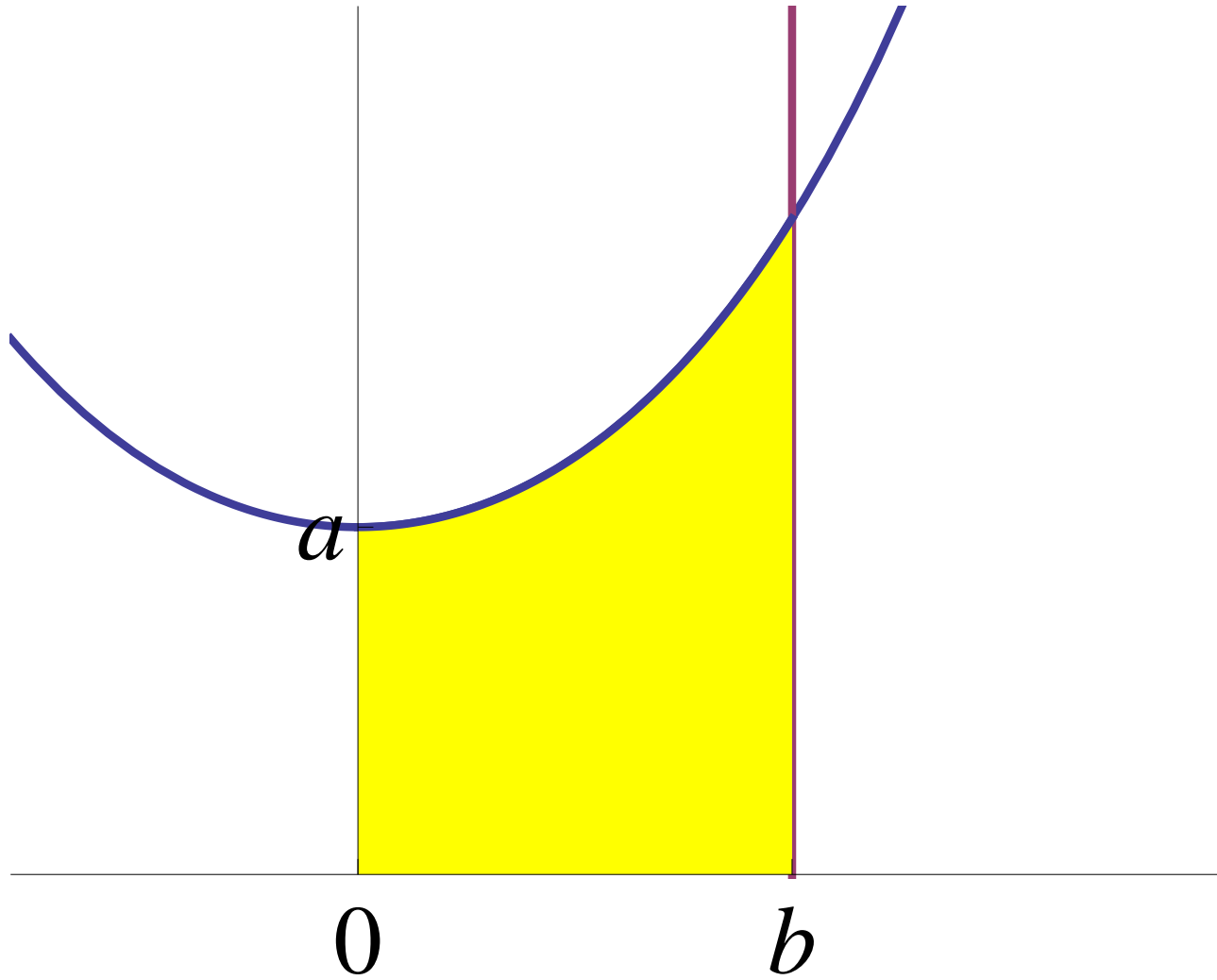
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΜΒΑΔΩΝ

εμβαδόν μεταξύ μιας καμπύλης με $y = f(x) \geq 0$ και του άξονα Ox

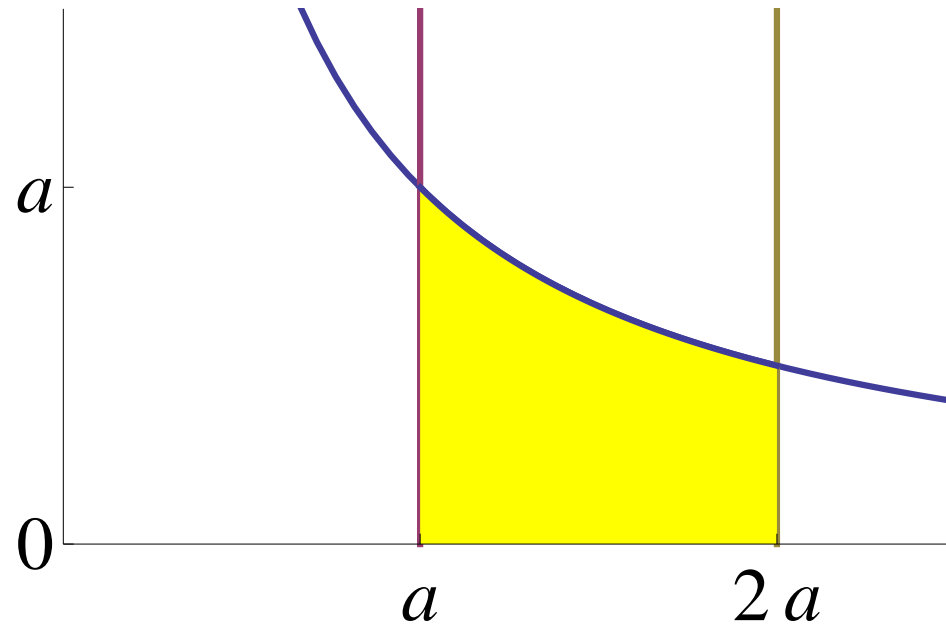
$$S = \int_{x=a}^{x=b} y \, dx = \int_{x=a}^{x=b} f(x) \, dx$$



Να βρεθεί το εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη $y = a \cosh(x/a)$, τον άξονα Ox , από το σημείο O ως και την ευθεία $x = b$



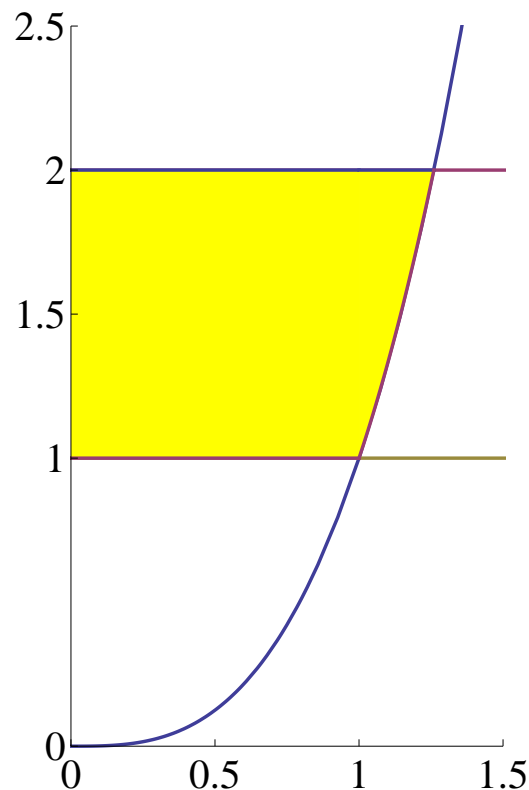
Εμβαδόν που περικλείεται από την υπερβολή $xy = a^2$, τόν άξονα Ox και τις ευθείες $x = a$ και $x = 2a$



εμβαδόν μεταξύ μιας καμπύλης με $x = g(y)$, των ευθειών $y = A$, $y = B$ και του άξονα Oy

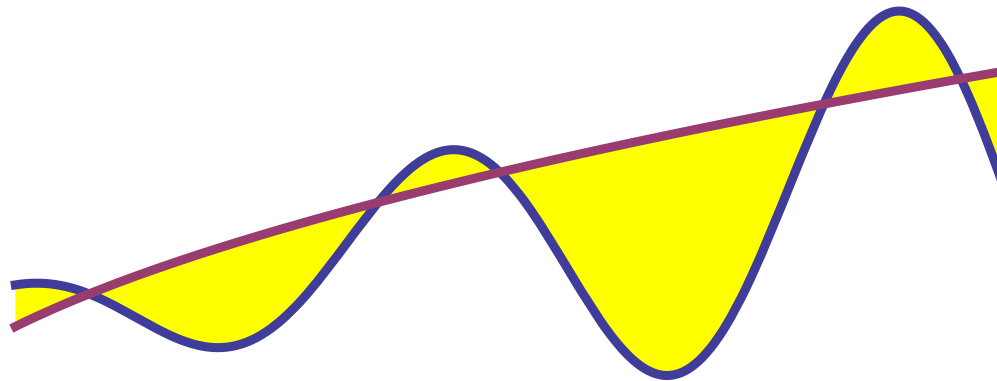
$$S = \int_{y=A}^{y=B} g(y) dy = \int_{y=A}^{y=B} g(y) dy$$

Εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη $y = x^3$, τον άξονα Oy , τις ευθείες $y = 1$ και $y = 2$

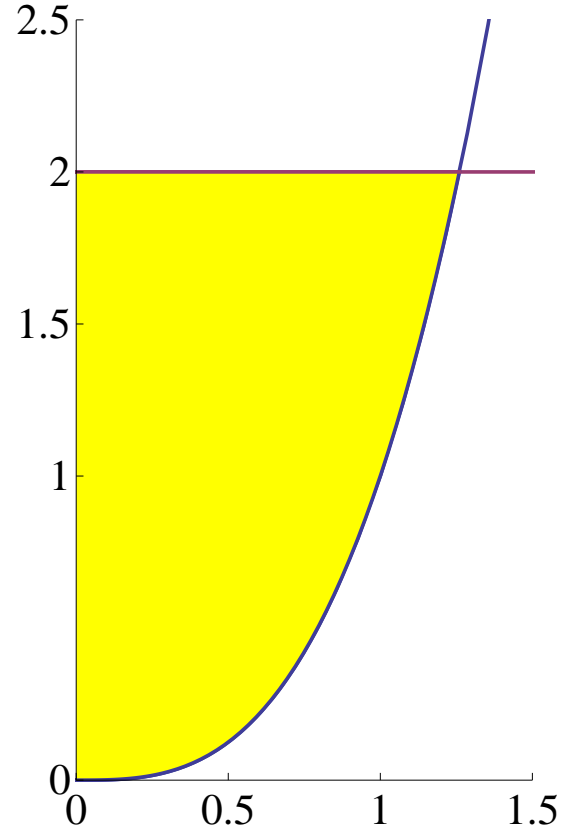


εμβαδόν μεταξύ μιας καμπύλης με $y = f(x)$ και μιας καμπύλης $y = g(x)$

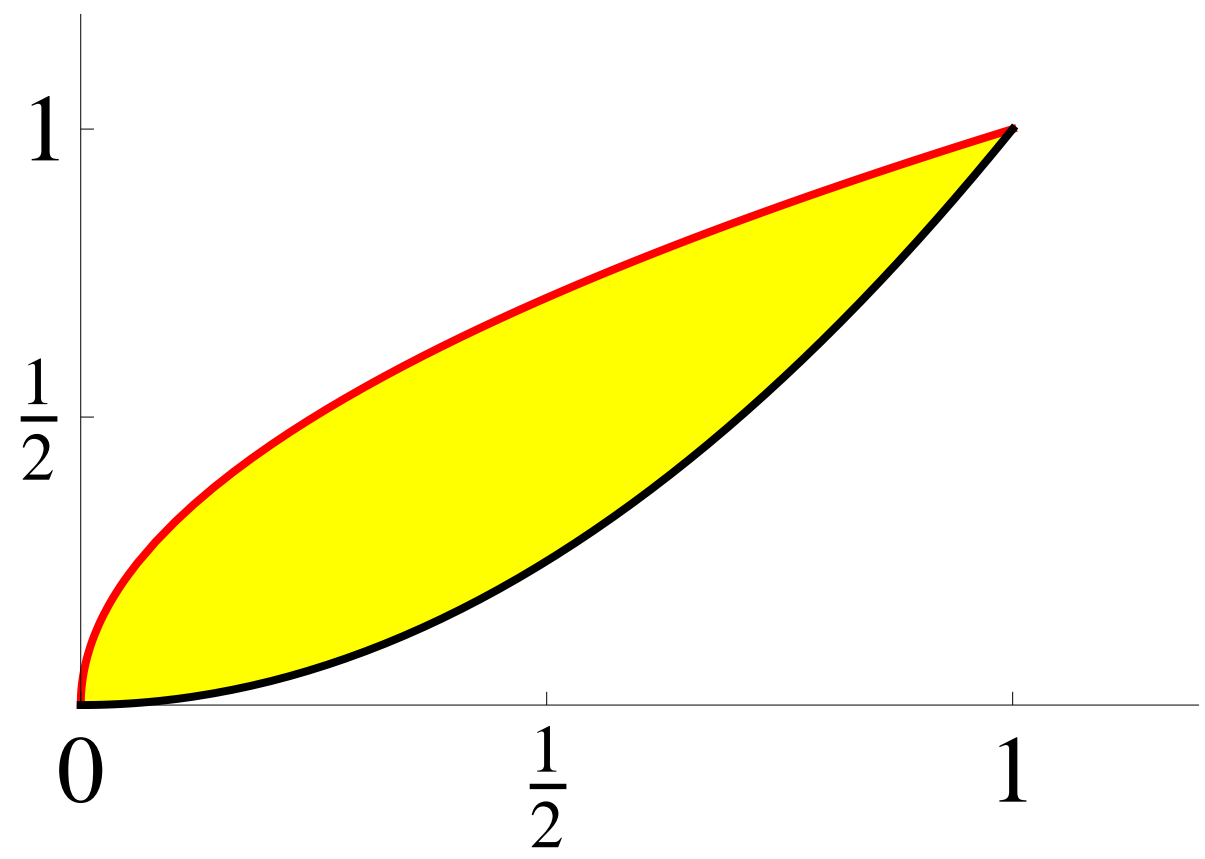
$$S = \int_{x=a}^{x=b} |f(x) - g(x)| dx$$



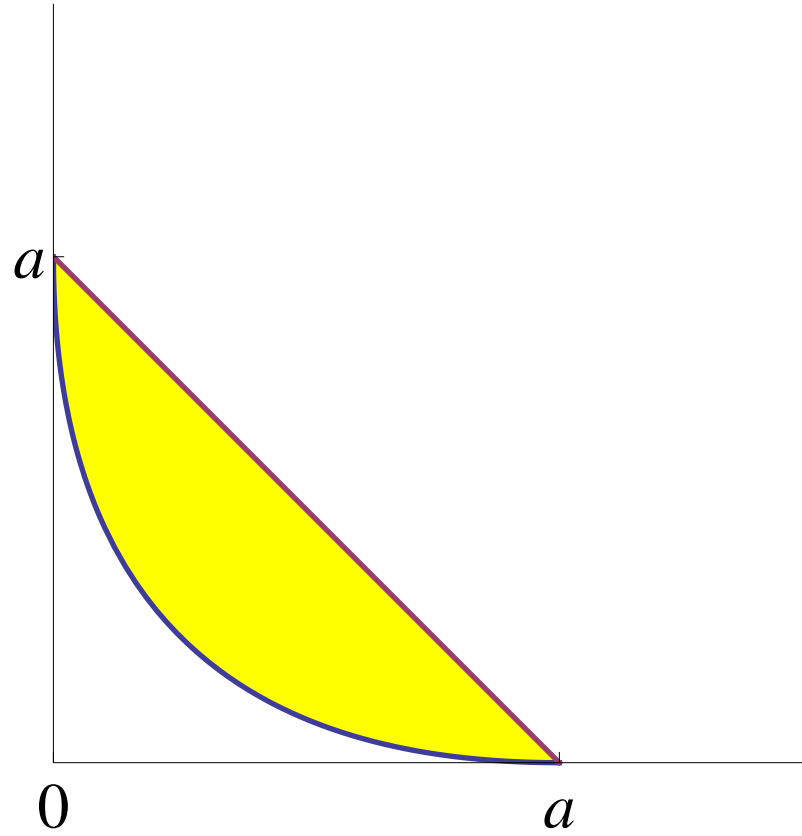
Εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη $y = x^3$, τον άξονα Oy και την ευθεία $y = 2$



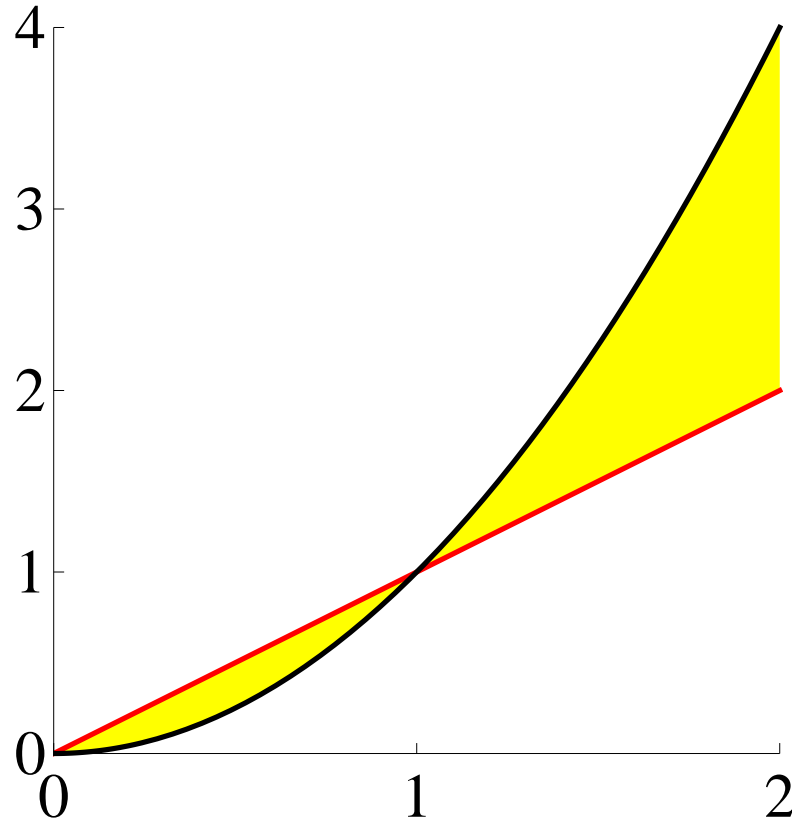
Εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη $y = \sqrt{x}$ και την ευθεία $y = x^2$



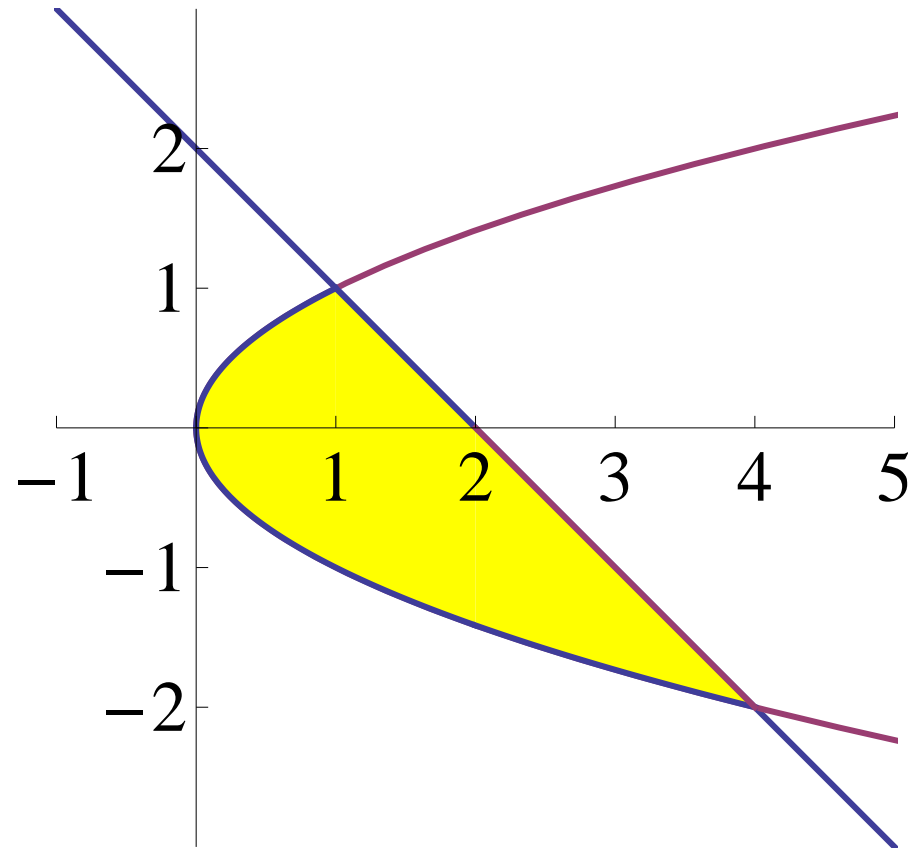
Εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη $x = (\sqrt{a} - \sqrt{x})^2$ και την ευθεία $y = a - x$ για $0 < x < a$



Εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη $y = x$ και την ευθεία $y = x^2$ για $0 < x < 2$



Εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη $x = y^2$ και την ευθεία $y + x = 2$



ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΜΒΑΔΟΥ ΚΑΜΠΥΛΗΣ – ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΟΡΦΗ

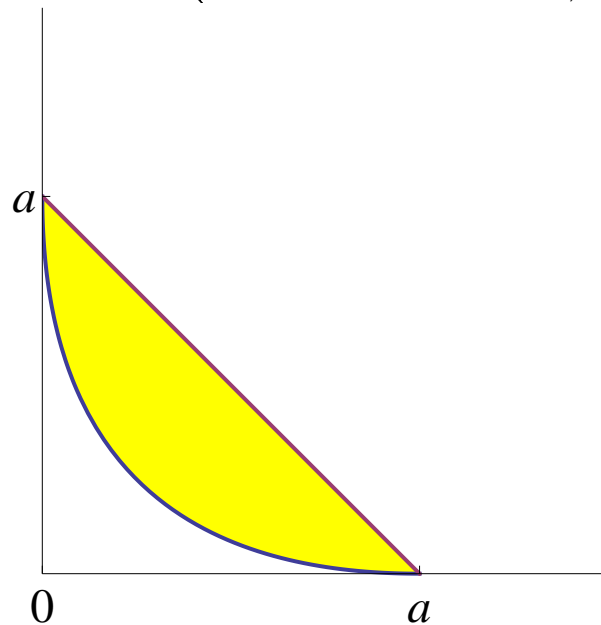
$$x = x(t), y = y(t) \geq 0 \quad \alpha \leq t \leq \beta$$

$$\rightsquigarrow S = \int_{x=\min(x(\alpha),x(\beta))}^{x=\max(x(\alpha),x(\beta))} y \, dx = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} y(t) dx(t)$$

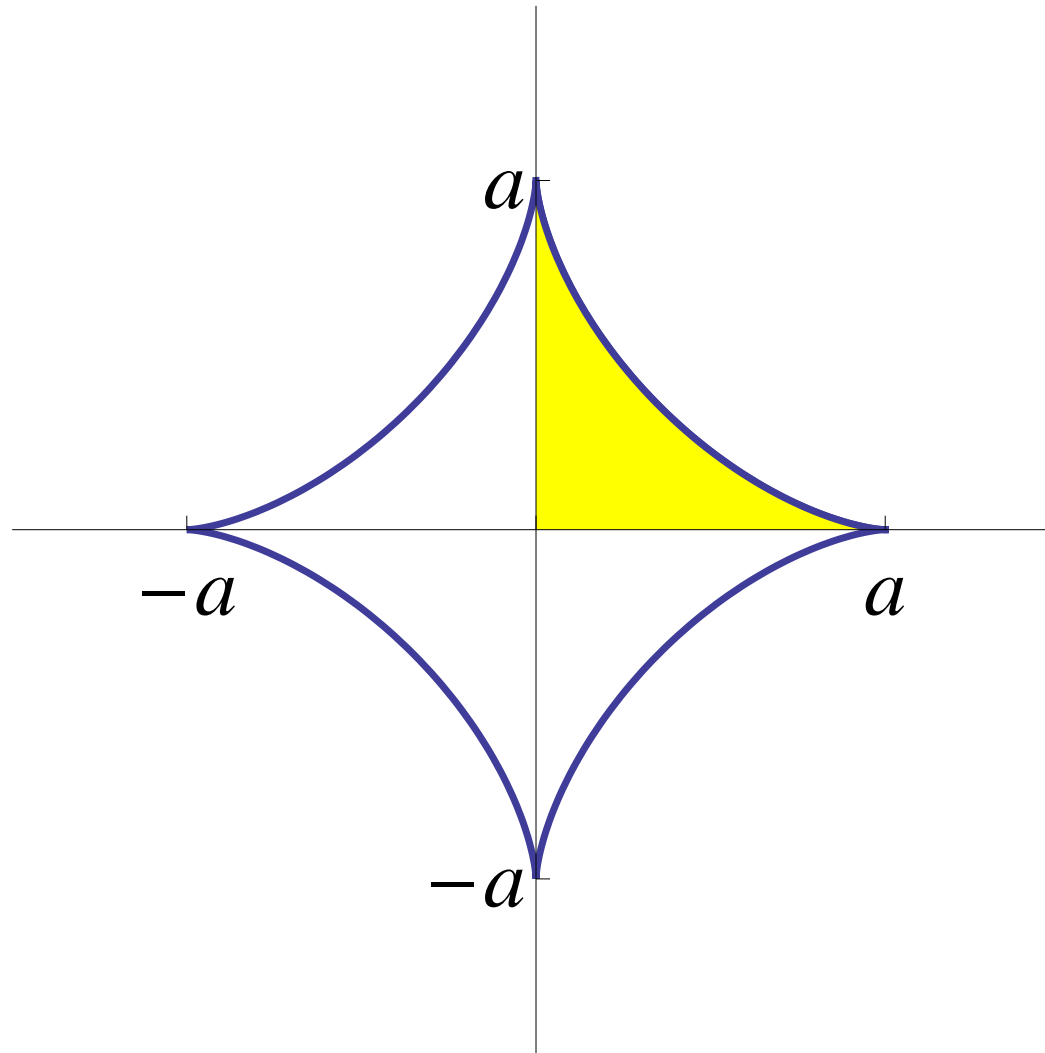
Να βρεθεί το εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη

$$x^{1/2} + y^{1/2} = a^{1/2}, \text{ και την ευθεία } x + y = a$$

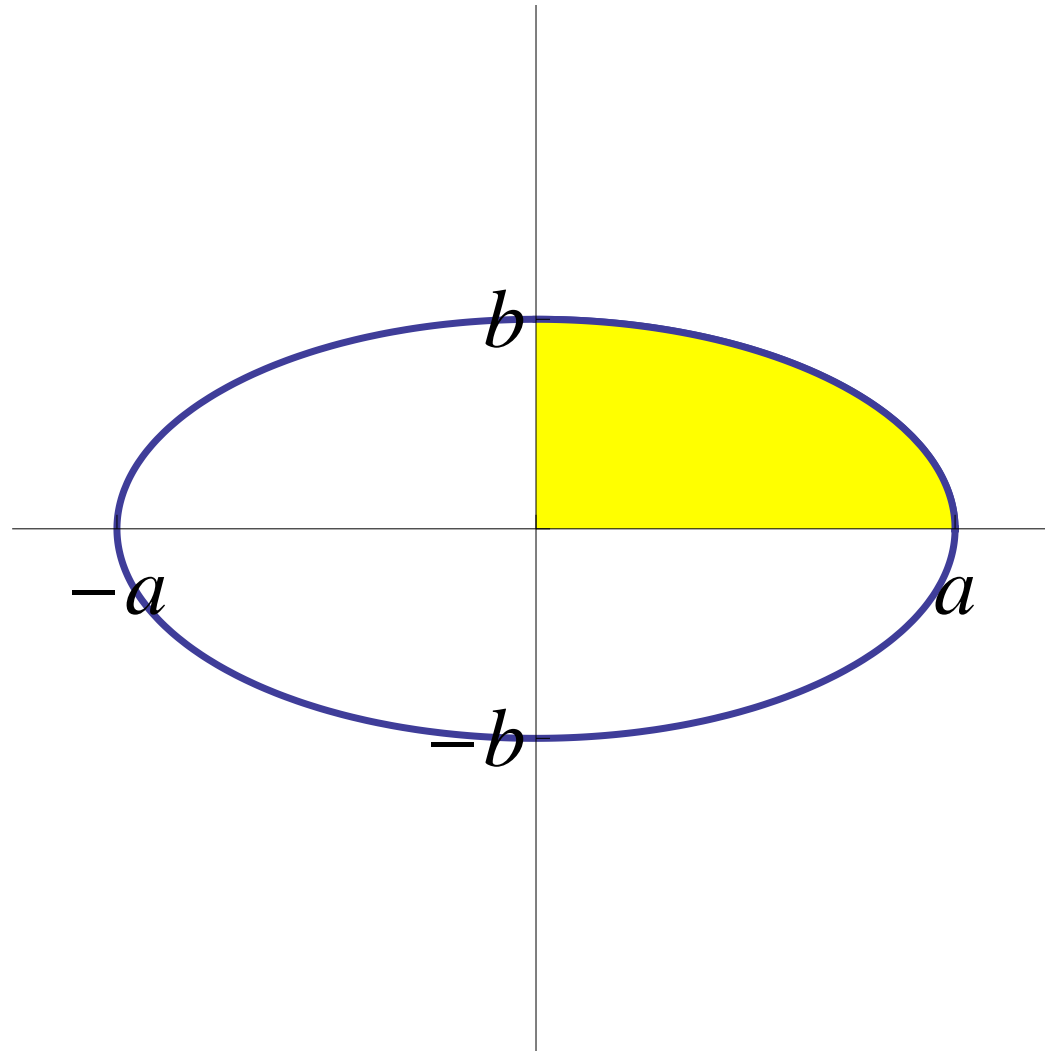
(Θέσατε $x = a \cos^4 t$, $y = a \sin^4 t$, $\pi/2 \geq t \geq 0$)



Να βρεθεί το εμβαδόν που περικλείεται από την υποκυκλοειδή
 $x = a \cos^3 t$ $y = a \sin^3 t$



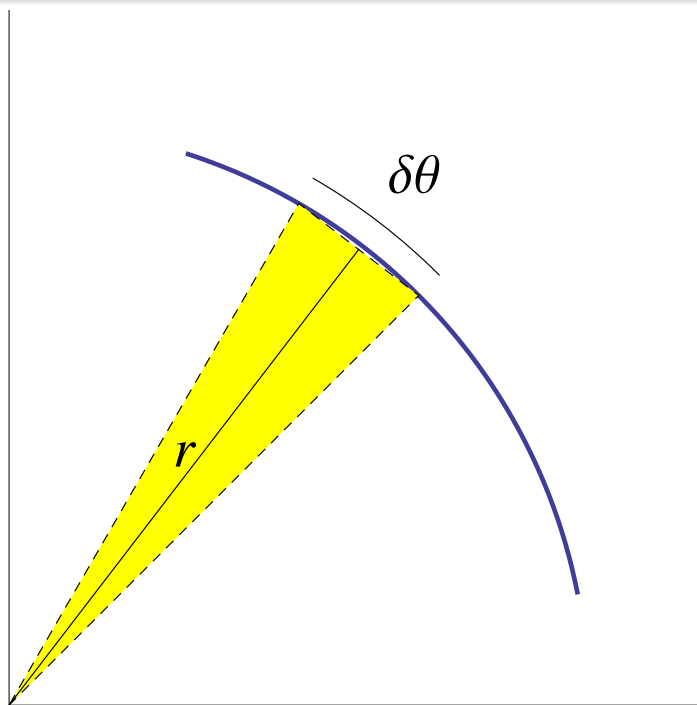
Να βρεθεί το εμβαδόν της έλλειψης $x = a \cos t$ $y = b \sin t$, για $0 < t < 2\pi$



Εμβαδόν σε πολικές συντεταγμένες

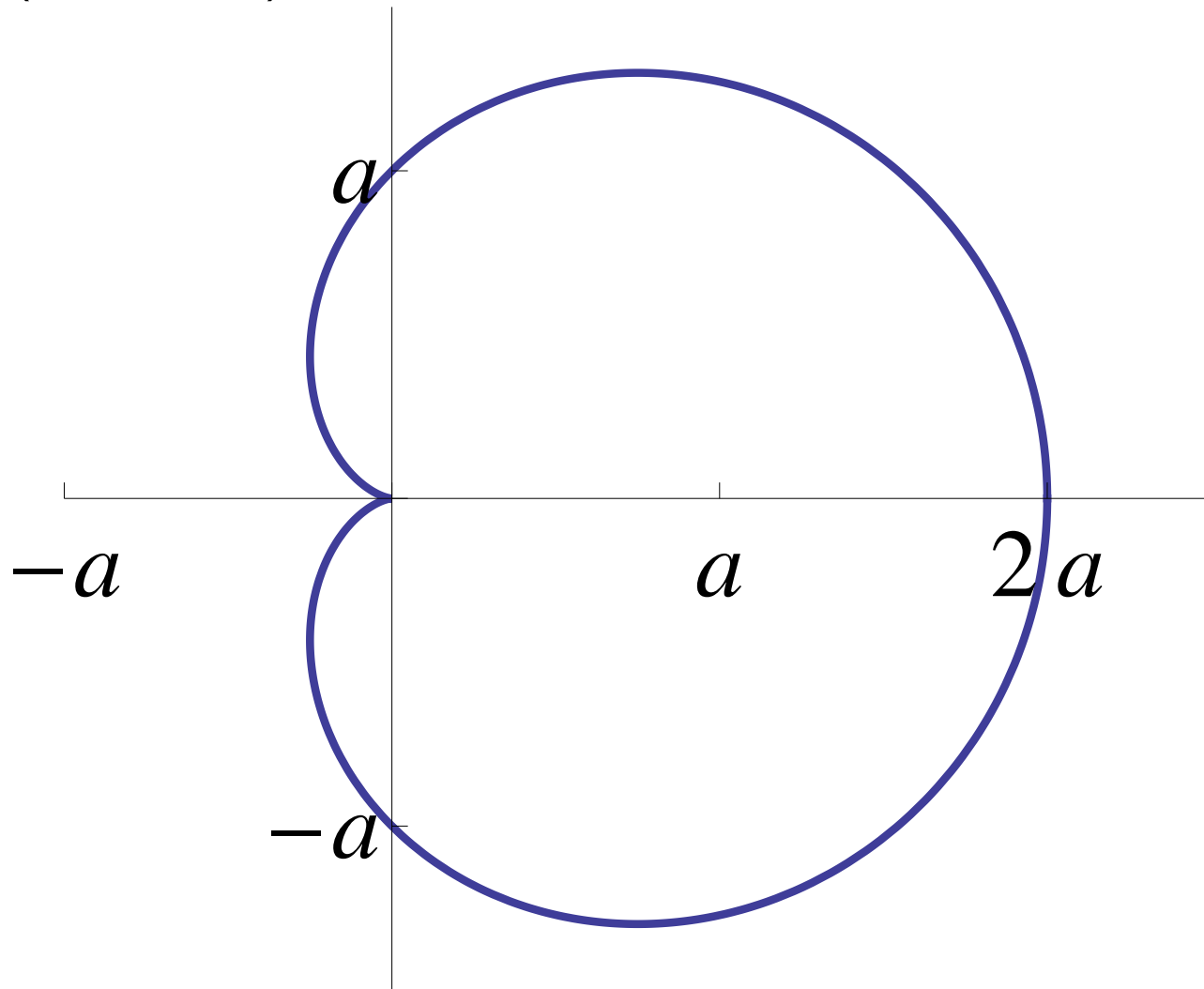
Αν η καμπύλη περιγράφεται από την εξίσωση $r = f(\theta)$ για $\theta_1 < \theta < \theta_2$ τότε

$$S = \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(\theta) d\theta$$

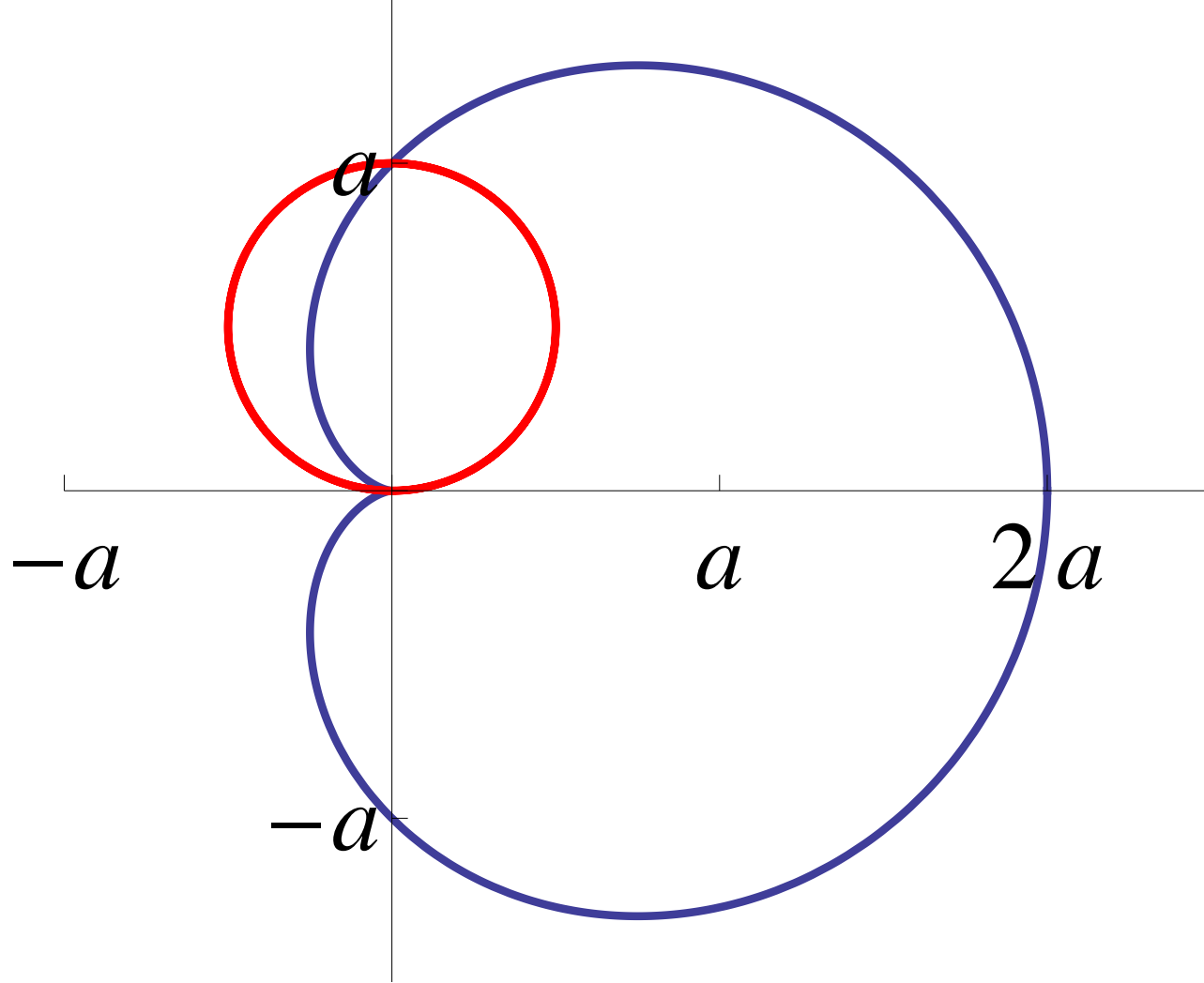


$$S = \sum \Delta S, \quad \Delta S = \frac{r^2 \delta\theta}{2}$$

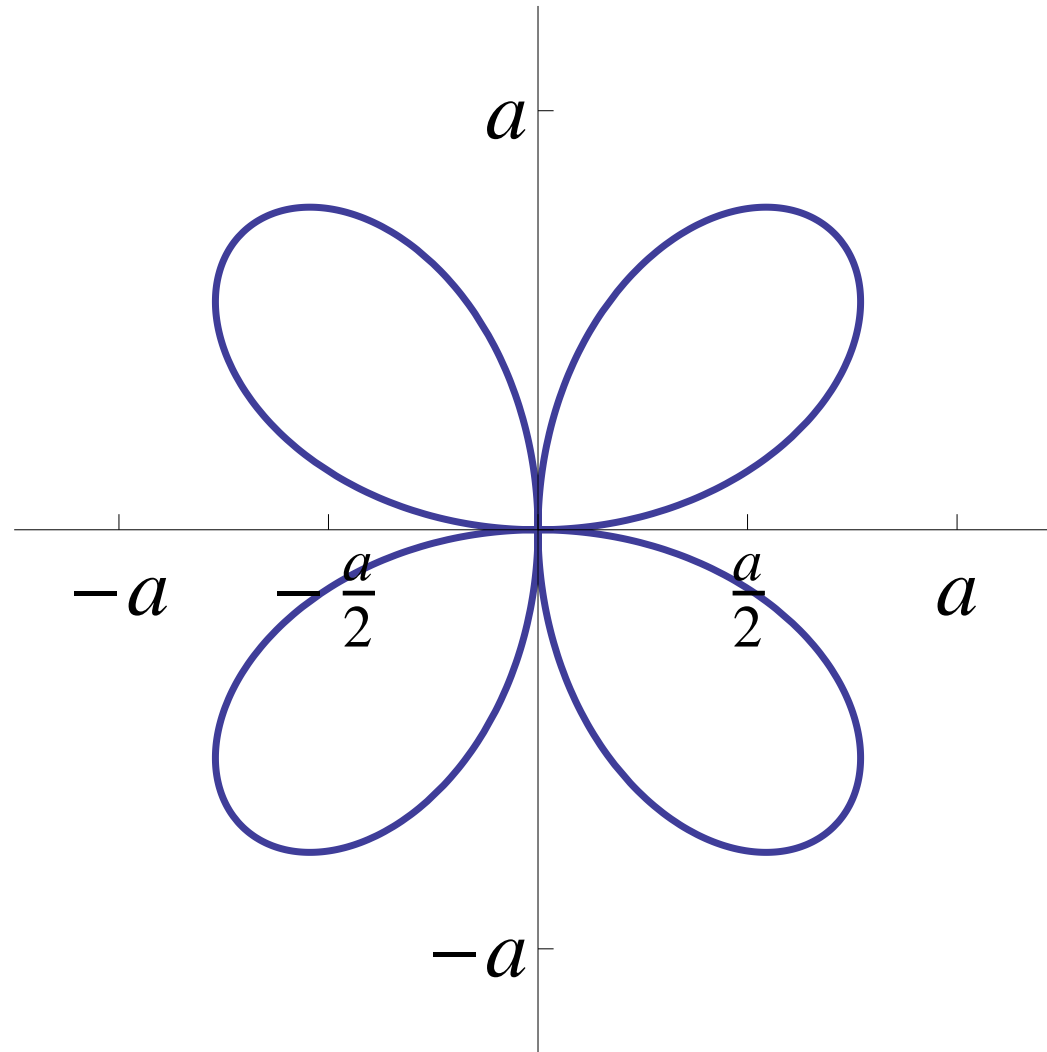
Να βρεθεί το εμβαδόν που περικλείεται από την καρδιοειδή
 $r = f(\theta) = a(1 + \cos \theta)$



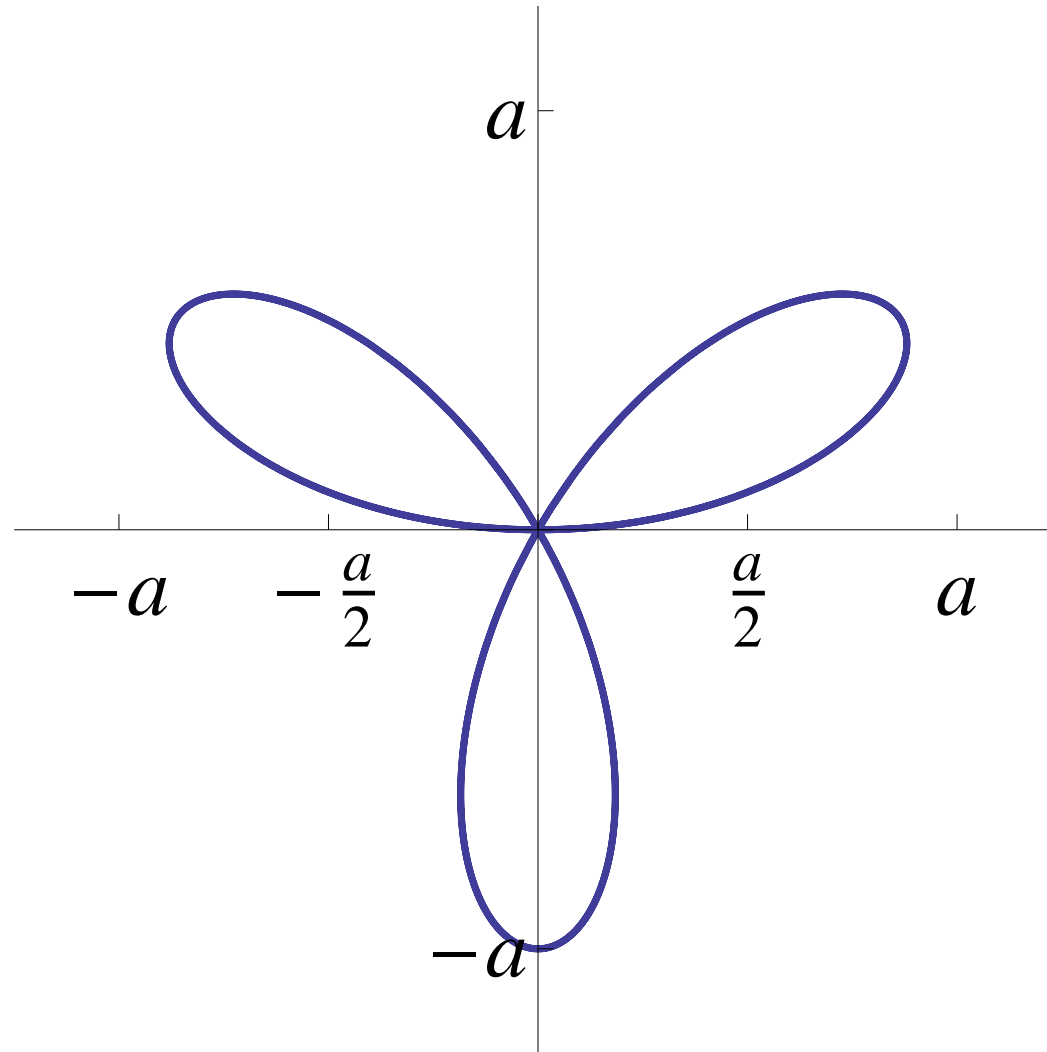
Να βρεθεί το εμβαδόν που ορίζεται από την τομή της καρδιοειδούς $r = a(1 + \cos \theta)$ και τον κύκλο $r = a \sin \theta$



Να βρεθεί το εμβαδόν που ορίζεται από την $r = a \sin 2\theta$



Να βρεθεί το εμβαδόν που ορίζεται από την $r = a \sin 3\theta$



Να βρεθεί το εμβαδόν που ορίζεται από την περιοχή του επιπέδου που είναι εκτός του κύκλου $r = -3a \sin 3\theta$ και μέσα στην καρδιοειδή $r = a(1 - \cos \theta)$

