

ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ ΤΜΗΜΑ Β

17 Ιουνίου 2011

ΘΕΜΑ 1^ο (1.5 β)

α) Ποιός είναι ο ορισμός, του άνω και κάτω αθροίσματος, του άνω και κάτω ολοκληρώματος και του ολοκληρώματος Darboux.

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$. Και μια διαμέριση P του διαστήματος $[1, 2]$ που ορίζεται ως εξής:

$$P = \left\{ 1, 2^{\frac{1}{n}}, 2^{\frac{2}{n}}, \dots, 2^{\frac{k}{n}}, \dots, 2 \right\}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

Να υπολογιστεί το άνω άθροισμα $U(P, f)$ και το κάτω άθροισμα $L(P, f)$

ΘΕΜΑ 2^ο (2 β) Να υπολογισθούν τα ολοκληρώματα

$$(a) \int x^2 \sqrt{1+x^2} dx \quad (b) \int x^\alpha \sin(\ln x) dx \quad (c) \int x^3 \operatorname{arctanh} x dx \quad (d) \int_1^3 x \sqrt{4x-x^2-3} dx$$

ΘΕΜΑ 3^ο (1.5 β) Θεωρούμε στο επίπεδο (x, y) το σχήμα που ορίζεται από την τομή του κύκλου $x^2 + y^2 = \frac{3}{4}$ και της καμπύλης $y = x^2$. Να βρεθεί ο όγκος και η επιφάνεια του στερεού σώματος που προκύπτει από την περιστροφή του σχήματος αυτού γύρω από τον άξονα Ox

ΘΕΜΑ 4^ο (1.5 β) Να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} t \sin(|t-x|) dt$

ΘΕΜΑ 5^ο (1.5 β) Να υπολογισθεί η συνάρτηση $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+1} x^n$, για $x \in (-1, 1)$.

ΘΕΜΑ 6^ο (1 β) Για ποιές τιμές του α υπάρχουν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$i) \int_0^{\infty} \frac{\tanh x}{(1+x^\alpha)^2} dx, \quad ii) \int_0^{\infty} \frac{\sin x^3}{x^\alpha} dx$$

ΘΕΜΑ 7^ο (1 β) Να υπολογιστεί το όριο $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{(n+5)^2}}^{\frac{1}{n^2}} \frac{e^x \sin^2 x}{x^{7/2}} dx$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!