

ΘΕΜΑ 1^ο (2 β.) Να υπολογισθεί το όριο:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sum_{k=1}^n \left(\sin \frac{k\pi}{2n} \right)^8 \left(\cos \frac{k\pi}{2n} \right)^3 \right)$$

ΘΕΜΑ 2^ο (2) Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \int_0^x \frac{1 - \exp(-t^4)}{t^4} dt$$

Να υπολογισθεί το ανάπτυγμα Taylor γύρω από το σημείο $x = 0$ και η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς, μετά να υπολογισθεί η 245η παράγωγος για $x = 0$ ($f^{(245)}(0)$) της συνάρτησης $f(x)$

ΘΕΜΑ 3^ο (2 β.) Να υπολογισθούν τα ολοκληρώματα

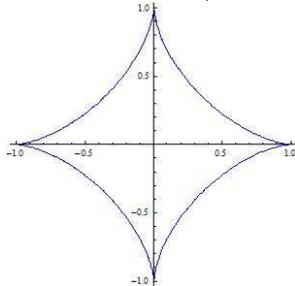
(α): $\int (\ln x)^4 dx$

(β): $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{|x-1|}} dx$

(γ): $\int (\sqrt{x} + \sqrt{x+1})^4 dx$

(δ): $\int \frac{2e^{2x} - e^x}{\sqrt{3e^{2x} - 6e^x - 1}} dx$

ΘΕΜΑ 4^ο (2 β.)



Να υπολογισθεί η επιφάνεια του στερεού που προκύπτει από την περιστροφή γύρω από τον άξονα Ox του επίπεδου σχήματος του "αστροειδούς" που περιγράφεται από την εξίσωση

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1$$

Σημ: Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε (εκτός από τις καρτεσιανές) τις παραμετρικές εξισώσεις για το αστροειδές

$$x = \cos^3 \theta, \quad y = \sin^3 \theta$$

ΘΕΜΑ 5^ο (2 β.)

Να υπολογισθεί η συνάρτηση $f(x) = \int_0^{\infty} \exp(-|y-x|) dy$ για $x \in \mathbb{R}$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!