

ΘΕΜΑ 1^ο (2 β.) Να υπολογισθεί η 36η παράγωγος $f^{(36)}(0)$ της συνάρτησης $f(x) = \operatorname{arctanh} x^4$

ΘΕΜΑ 2^ο (1.5)

Να υπολογισθεί το όριο

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_1^n k \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right) e^{\frac{k}{n}}$$

ΘΕΜΑ 3^ο (2 β.) Να υπολογισθούν τα ολοκληρώματα

(α): $\int x^6 \arctan x \, dx$

(β): $\int_{-1}^1 \frac{x\sqrt{1-x^2} + 4}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

(γ): $\int \left(\frac{\sin 3x}{\sin x}\right)^2 x \, dx$

(δ): $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 2x + 13}} \, dx$

ΘΕΜΑ 4^ο (1.5 β.) Να υπολογισθεί ο όγκος και η επιφάνεια του στερεού που προκύπτει από την περιστροφή γύρω από τον άξονα Ox του σχήματος, το οποίο περιέχεται μεταξύ της καμπύλης $y = x^2$ και της καμπύλης $y = |x|$, για $-1 \leq x \leq 1$.

ΘΕΜΑ 5^ο (2 β.) Για ποιές τιμές του a και b υπάρχουν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

(i) $\int_0^\infty \sin(x^b) x^a \, dx$ και (ii) $\int_0^\infty \left(\frac{x^a}{1+x^b}\right)^2 \, dx$, ($b > 0$)

ΘΕΜΑ 6^ο (1 β.)

Να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα $\int_0^\pi |t-x| \sin(t) \, dt$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!