

ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ / ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι ΤΜΗΜΑ 26

27 Ιανουαρίου 2006

ΘΕΜΑ 1^ο (2 β.) Να αποδειχθεί ότι αν η συνάρτηση $f(x)$ είναι ολοκληρώσιμη στο κλειστό διάστημα $I = [a, b]$ και $\inf \{|f(x)|, x \in I\} > 0$ τότε και η $\frac{1}{f(x)}$ είναι ολοκληρώσιμη.

ΘΕΜΑ 2^ο (2 β.) Να βρεθεί το ανάπτυγμα Maclaurin της συνάρτησης $f(x) = \arctan x$ για $|x| < 1$.

ΘΕΜΑ 3^ο (2 β.) Να υπολογισθούν τα ολοκληρώματα

(α): $\int_0^{\infty} e^{-x} \cos ax \, dx = \frac{1}{1+a^2}$

(β): $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x} + \sqrt[3]{1-x}} = 5 - 6 \ln 2$

(γ): $\int_1^2 (x + \frac{1}{2})(x^2 + x - 2)^{5/2} \, dx = \frac{128}{7}$

(δ): $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 9x}{\sin 3x} \, dx = \frac{\pi}{2}$

(ε): $\int \frac{dx}{(1+x)(1+x^2)} = \frac{\arctan(x)}{2} + \frac{\ln(1+x)}{2} - \frac{\ln(1+x^2)}{4}$

ΘΕΜΑ 4^ο (2 β.) Να υπολογισθεί ο το εμβαδόν του στερεού που προκύπτει από την περιστροφή γύρω από τον άξονα $0x$ του σχήματος, το οποίο περιέχεται μεταξύ της ευθείας $y = x + 2$ και της παραβολής $y = x^2$

ΘΕΜΑ 5^ο (2 β.) Για ποιές τιμές του a υπάρχουν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$(i) \int_0^{\infty} x^a \sin(x^4) \, dx \quad \text{και} \quad (ii) \int_0^{\infty} \frac{x^{a-1}}{1+x^a} \, dx$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !
